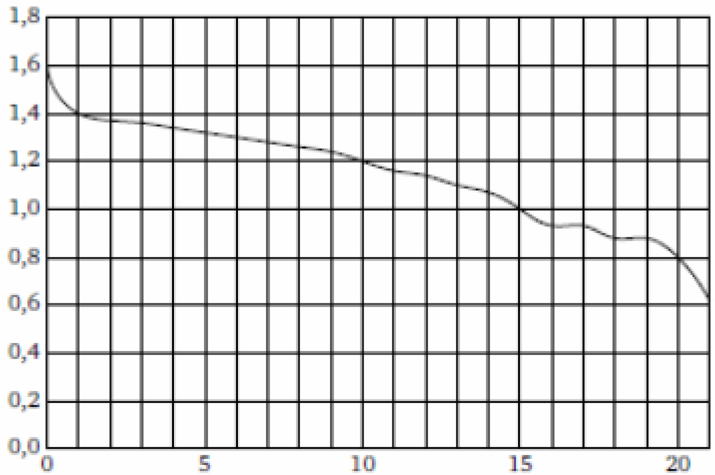
Вариант профильного уровня к 26 февраля.

№1.

Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25 %?

№2.

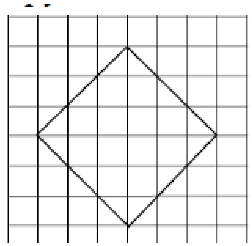
При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.



Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадёт с 1,4 до 1 В.

№3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



№4.

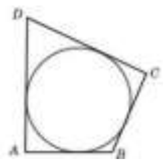
В кармане у Дани было четыре конфеты — «Мишка», «Маска», «Белочка» и «Взлётная», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Даня случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Маска».

№5.

Найдите корень уравнения $(3x+4)^2=(3x+8)^2$.

№6.

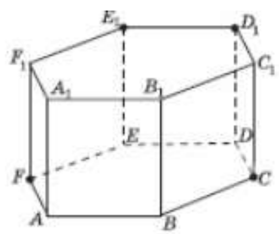
В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 48, вписана окружность, $CD=22$. Найдите AB.



7. Прямая $y=-4x+15$ является касательной к графику функции $y=x^3-6x^2+8x+7$. Найдите абсциссу точки касания

№8.

8. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, стороны оснований которой равны 2, боковые ребра равны 1, проведите сечение через вершины C, F, D_1, E_1. Найдите его площадь.



№9.

Найдите $-49\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = 0,2$.

№10.

При температуре $0\,^\circ\mathrm{C}$ рельс имеет длину $l_0 = 20$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1+\alpha\cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2\cdot 10^{-5}(^\circ\mathrm{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

№11.

Автомобиль выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 340 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 300 км, с постоянной скоростью выехал мотоцикл. По дороге он сделал остановку на 40 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоцикла, если она больше скорости автомобиля на 5 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

№12.

Найдите наименьшее значение функции $y = x - \frac{1}{x} + 6$ на отрезке $[0,5;\ 13]$.

№13.

а) Решите уравнение $(3\,\mathrm{tg}^2 x - 1)\sqrt{-5\cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

№14.

В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC. Точки K и M — середины рёбер A_1B_1 и AC соответственно.

а) Докажите, что $KM = KB$.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1, если $AB = 8$, $AC = 6$ и $AA_1 = 3$.

№15.

Решите неравенство

$$\frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0.$$

№16.

Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1.

б) Вычислите длину стороны BC и радиус данной окружности, если $\angle A = 45^\circ$, $B_1C_1 = 6$ и площадь треугольника AB_1C_1 в восемь раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1.

№17.

1 марта 2010 года Аркадий взял в банке кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 1 марта каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Аркадий переводит в банк платеж. Весь долг Аркадий выплатил за 3 платежа, причем второй платеж оказался в два раза больше первого, а третий – в три раза больше первого. Сколько рублей взял в кредит Аркадий, если за три года он выплатил банку 2 395 800 рублей?

№18.

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{5a - 15x + ax}{x^2 - 2ax + a^2 + 25}$ содержит отрезок $[0;\ 1]$.

№19.

Дано трехзначное натуральное число, не кратное 100.

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 89?

б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 86?

в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?